УДК 530.12

НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА ПАРАДОКС БЛИЗНЕЦОВ

И.В. Бузмаков

Россия, Новосибирск
E-mail: i.buzmakov@bk.ru

Аннотация: в статье анализируется известный парадокс теории относительности «Парадокс близнецов». В отличие от «классического» объяснения этого парадокса, основанного на приближенных расчетах, в статье приводится точный расчет времени путешествия по часам каждого из близнецов. Кроме того, рассматривается не прямолинейная траектория путешествия, а специальная, что позволяет сделать точный расчет предельно простым. Доказана невозможность объяснения парадокса в рамках теории относительности при движении одного из близнецов по такой траектории.

Ключевые слова: теория относительности, парадокс близнецов, преобразования Лоренца, преобразования Галилея.

Abstract: The article analyzes the well-known paradox of relativity theory "Twin Paradox". Unlike "classical" explanation of this paradox, based on approximate calculations, the article gives an exact calculation of travel time on the clock of each of the twins. Moreover, consider is not straight path of travel, and a special that allows you to make an exact calculation extremely easy. Proved the impossibility of explaining the paradox in the theory of relativity in motion one of the twins along this trajectory.

Keywords: theory of relativity, Twin Paradox, Lorentz transformation, Galilean transformation.

Введение.

Пожалуй, самый известный из всех парадоксов теории относительности это «Парадокс близнецов» или «Парадокс часов». Разъяснение этого парадокса еще в 1918 г. дал сам А. Эйнштейн в статье «Диалог по поводу возражений против теории относительности» [1 с.616-625]. В этой работе описан следующий мысленный эксперимент. Пусть A и B – две удаленные друг от друга точки неподвижной системы K. Пусть U_1 и U_2 – двое совершенно одинаковых (стандартных) часов, расположенных в точке A и показывающих одинаковое время. Сообщим часам U_2 некоторую постоянную скорость к точке B. Пусть в точке B скорость часов U_2 меняется на противоположную и по возвращении в точку A они останавливаются. Так как наблюдаемое из K изменение показаний часов U_2, произошедшее при их развороте, имеет некоторую конечную величину, и так как часы U_2 при движении вдоль отрезка AB идут медленнее часов U_1, то при достаточно большой длине отрезка AB часы U_2 по возвращении в точку A должны отставать от часов U_1 на некоторое время Δt_1. Если процесс перемещения часов U_2 в точку B и обратно рассмотреть относительно системы K', связанной с часами U_2, в которой они неподвижны, то, учитывая неравноправность K и K' (вследствие неинерциальности K'), для расчета показаний часов U_1 необходимо привлечение общей теории относительности. В этом случае, как утверждается в вышеупомянутой статье, суммарное отставание часов U_1 от U_2 на Δt_1 на участках постоянной скорости часов U_1 относительно K' компенсируется их уходом вперед на Δt_2 во время разворота в гравитационном поле, возникающем в неинерциальной системе K', причем:

$$\Delta t_2 = 2 \cdot \Delta t_1$$

Таким образом, суммарно, как и в случае рассмотрения процесса относительно системы K, часы U_2 будут отставать от U_1 на Δt_1, т.е. никакого противоречия нет.

В своей статье Эйнштейн не приводит расчетов, но такие расчеты можно найти, например, в книге М. Борна «Эйнштейновская теория относительности» [2 с.343-346]. В этих расчетах для сравнения длительности путешествия по часам U_1 и U_2 используются приближенные формулы (как в системе отсчета K, так и в системе отсчета K'), которые получены для случая движения часов U_2 вдоль прямой линии, при этом их разворот осуществляется путем торможения и последующего разгона в обратном направлении. Применимость этих приближенных формул обоснована двумя основными допущениями. Первое допущение заключается в том, что расстояние L между часами при развороте (отрезок AB) предполагается сколь угодно большим по сравнению с участком разворота. Второе допущение заключается в том, что при рассмотрении разворота часов U_1 в гравитационном поле g системы отсчета K' расстояние L между часами должно быть ограничено соотношением [2 с.343; 3 с.305-306; 5 с.205]:

$$g \cdot L/c^2 << 1,$$

то есть не может быть сколь угодно большим. Как видим, использованные допущения взаимно исключают друг друга. Первое предполагает сколь угодно большую длину отрезка AB, а второе это запрещает. Данное противоречие можно устранить отказавшись от первого допущения, т.е. от сколь угодно большой длины отрезка AB по сравнению с участком разворота. Покажем, что это можно сделать, причем совершенно не усложняя расчетов. Рассмотрим похожий мысленный эксперимент, немного изменив траекторию движения часов U_2. Это изменение позволит нам для сравнения показаний часов U_1 и U_2 использовать не приближенные, а точные формулы теории относительности.

Разворот по дуге окружности.

Пусть при развороте часы U_2 не тормозят, а продолжают лететь с той же скоростью V, но по дуге радиуса r вокруг точки B (рис. 1), представляющей собой часть окружности. Причем прямые части траектории часов U_2 являются касательными к этой окружности, что исключает скачкообразное изменение направления скорости часов U_2 в точках начала и конца разворота, и обеспечивает, так сказать, «бесшовный» переход от равномерного и прямолинейного движения к движению по окружности, и обратно. Угловая скорость вращения часов U_2 вокруг точки B на участке разворота будет равна:

$\omega = V/r$

Чтобы без потери точности расчетов исключить необходимость рассмотрения неинерциальных участков разгона и торможения часов U_2 в точке A, немного изменим для часов U_1 и U_2 порядок их синхронизации на старте и сверки показаний на финише. Пусть часы U_2 не разгоняются в точке A, а пролетают мимо нее со скоростью V в направлении к точке B и синхронизируются с часами U_1 в момент их совмещения. На обратном пути часы U_2 не останавливаются в точке A, а пролетают мимо с той же скоростью, сверяя свои показания с часами U_1 в момент их совмещения.

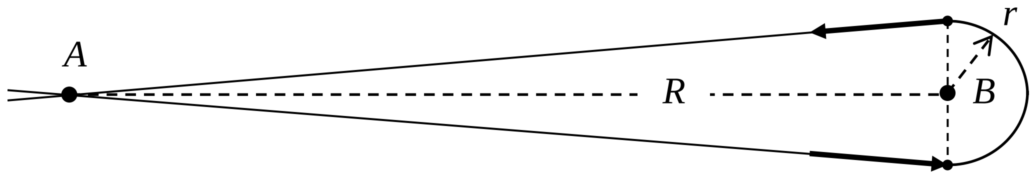

Рис. 1. Разворот часов U_2 в точке B по окружности.

Рассмотрим сначала ситуацию с точки зрения системы отсчета K', связанной с часами U_2. Суммарное время $\Delta T'_{U2}$, прошедшее по часам U_2 между событиями первой и второй встречи с часами U_1, равно:

$$\Delta T'_{U2} = \Delta\tau'_{U2} + \Delta t'_{U2} \qquad (1)$$

где:

$\Delta t'_{U2}$ – время разворота по часам U_2;

$\Delta\tau'_{U2}$ – суммарное время, прошедшее по часам U_2 на участках равномерного и прямолинейного движения.

Суммарное время $\Delta T'_A$, прошедшее по часам U_1 между событиями первой и второй встречи с часами U_2, равно:

$$\Delta T'_A = \Delta\tau'_A + \Delta t'_A \qquad (2)$$

где:

$\Delta t'_A$ – время разворота по часам U_1;

$\Delta\tau'_A$ – суммарное время, прошедшее по часам U_1 на участках равномерного и прямолинейного движения.

Учитывая, что согласно специальной теории относительности на участках равномерного и прямолинейного движения с точки зрения часов U_2 движущиеся часы U_1 идут медленнее в γ раз [1 с.74, 156; 2 с.243, 344], имеем:

$$\Delta\tau'_{U2} = \gamma\cdot\Delta\tau'_A \qquad (3)$$

где:

$\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ – Лоренц-фактор;

c – скорость света.

На участке разворота система K' эквивалентна вращающейся системе отсчета с центром вращения в точке B, поэтому в ней появляется гравитационное поле, в котором часы U_2 неподвижны, а часы U_1, вращаются с угловой скоростью ω вокруг неподвижной точки B, где находятся точно такие же, стандартные часы U_B. Теория относительности ограничивает использование системы отсчета K' на участке разворота следующим условием [4 с.329; 5 с.182]:

$R < c/\omega = c \cdot r/V,$
которое для любых R и r всегда может быть соблюдено соответствующим выбором скорости V, не равной нулю.

Во вращающейся системе отсчета темп хода часов U_1 и U_B одинаков [5 с.211-212], т.к. в инерциальной системе отсчета K они неподвижны и являются так называемыми «координатными» часами [5 с.184]. В самом деле, предположим, что это не так. Тогда, если в системе K' до начала вращения показания часов U_1 и U_B отличались на некоторую величину, то совершив достаточно много оборотов по окружности вокруг точки B, а потом вернувшись на прежнюю прямолинейную траекторию (рис. 2), их показания отличались бы уже на другую величину (в системе K при этом вращались бы, а потом вернулись на прежнюю траекторию часы U_2).

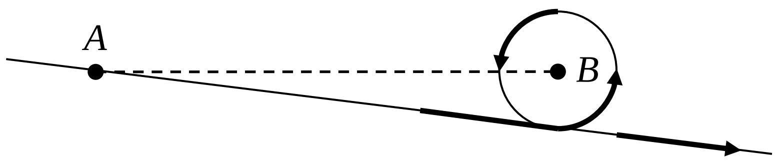

Рис. 2. Переход от прямолинейного движения к движению по окружности и обратно на ту же прямолинейную траекторию.

Получается, что мы вернулись в ту же инерциальную систему отсчета, в которой находились до начала вращения (она движется с той же скоростью и в том же направлении), но теперь показания часов U_1 и U_B отличаются на другую величину, зависящую от количества оборотов, сделанных часами U_2 по окружности. Это означает, что показания часов U_1 и U_B зависят не только от скорости системы отсчета K' (которая до и после движения по окружности является инерциальной), но и от предыстории движения часов U_2, а это очевидный абсурд.

Так как часы U_B и U_1 на участке разворота идут с одинаковым темпом, а часы U_2 в γ раз медленнее [5 с.183, 200; 6 с.309], имеем:

$$\Delta t'_A = \Delta t'_B = \gamma \cdot \Delta t'_{U2} \quad (4)$$

где:

$\gamma = (1 - \omega^2 \cdot r^2/c^2)^{-1/2}$ – Лоренц-фактор;

$\Delta t'_B$ – время разворота по часам U_B.

Подставляя (3) и (4) в (1), получим:

$$\Delta T'_{U2} = \gamma \cdot \Delta \tau'_A + \Delta t'_A/\gamma \quad (5)$$

Рассмотрим теперь ситуацию с точки зрения системы отсчета K, связанной с часами U_1. Пусть ΔT_A это собственное время, прошедшее по часам U_1 между событиями первой и второй встречи с часами U_2, тогда интервал $\Delta T'_A$, который является по сути прогнозом величины интервала ΔT_A, полученным в системе отсчета K' на основе теории относительности, должен быть ему равен (в противном случае теория относительности дает неверный прогноз). Действительно, если часы U_1 и U_2 при синхронизации в момент первой встречи (на старте) установлены на ноль, то в момент второй встречи (на финише) наблюдатель, находящийся рядом с часами U_1, увидит на них время

ΔT_A, а наблюдатель, находящийся рядом с часами U_2, должен увидеть на часах U_1 время $\Delta T'_A$. Очевидно, что наблюдатели, находясь в одной и той же точке пространства и в один и тот же момент времени (на финише), не могут видеть разные показания на одних и тех же часах U_1, поэтому, с учетом (2), имеем:

$$\Delta T_A = \Delta T'_A = \Delta\tau'_A + \Delta t'_A \qquad (6)$$

В системе отсчета K часы U_2 все время двигаются со скоростью V. Учитывая, что согласно специальной теории относительности с точки зрения часов U_1 часы U_2 идут медленнее в γ раз [1 с.74, 156; 2 с.243, 344], получаем, что время ΔT_{U2}, затраченное часами U_2 на путешествие, должно быть равно:

$$\Delta T_{U2} = \Delta T_A/\gamma \qquad (7)$$

Подставляя в (7) выражение для ΔT_A из (6), найдем:

$$\Delta T_{U2} = \Delta\tau'_A/\gamma + \Delta t'_A/\gamma \qquad (8)$$

Интервал ΔT_{U2} является по сути прогнозом собственного времени $\Delta T'_{U2}$ (времени, прошедшего по часам U_2 между событиями первой и второй встречи с часами U_1), рассчитанным в системе отсчета K на основе теории относительности, поэтому должен быть ему равен (в противном случае теория относительности дает неверный прогноз). Действительно, если часы U_1 и U_2 при синхронизации в момент первой встречи (на старте) установлены на ноль, то в момент второй встречи (на финише) наблюдатель, находящийся рядом с часами U_2, увидит на них время $\Delta T'_{U2}$, а наблюдатель, находящийся рядом с часами U_1, должен увидеть на часах U_2 время ΔT_{U2}. Очевидно, что наблюдатели, находясь в одной и той же точке пространства и в один и тот же момент времени (на финише), не могут видеть разные показания на одних и тех же часах U_2. Это дает нам право приравнять выражения (5) и (8), в результате получим:

$$\gamma\cdot\Delta\tau'_A + \Delta t'_A/\gamma = \Delta\tau'_A/\gamma + \Delta t'_A/\gamma$$

и после преобразования:

$$\gamma = 1/\gamma$$

Очевидно, что для любой скорости $V \neq 0$ это равенство может быть истинным только в случае $c \to \infty$, при этом преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея. Таким образом, действуя строго в рамках теории относительности мы пришли к противоречию с ее основным постулатом.

Напомним, что в представленных выше расчетах мы не использовали никаких приближений, следовательно, и все полученные соотношения должны быть абсолютно точны. Таким образом, рассмотренный мысленный эксперимент, несмотря на то, что он вполне физически реализуем, тем не менее не может быть непротиворечиво описан в рамках теории относительности.

Список литературы

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. В 4 т. Т.I. Работы по теории относительности 1905-1920; под редакцией И.Е. Тамма, Я.А. Смородинского, Б.Г. Кузнецова. – М.: НАУКА, 1965. – 700 с.
2. Борн М. Эйнштейновская теория относительности, перевод с английского Н.В. Мицкевича. – 2-е изд., испр. – М.: МИР, 1972 (EINSTEIN'S THEORY OF RELATIVITY by Max Born. Revised edition prepared with the collaboration of Gunter Leibfried and Walter Biem. Dover Publications Inc. New York 1962)
3. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. – 2-е изд., дополненное. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961
4. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т.II. Теория поля. – 7-е изд., испр. – М.: НАУКА, 1988. – 512 с. – ISBN 5-02-014420-7
5. Мёллер К. Теория относительности. – 2-е изд. – Пер. с англ. Под ред. проф. Д. Иваненко. – М.: Атомиздат, 1975 (The Theory of Relativity by C. Möller, second edition, Clarendon press, Oxford, 1972)
6. Тоннела Мари-Антуанетт, Основы электромагнетизма и теории относительности, перевод с французского Г.А. Зайцева. – М: Издательство иностранной литературы, 1962 (Marie-Antoinette TONNELAT, Professeur a la Faculte des Sciences de Paris, LES PRINCIPES DE LA THEORIE ELECTROMAGNETIQUE ET DE LA RELATIVITE; MASSON ET C^{IE}, EDITEURS; PARIS, 1959)