УДК 530.12

И.В. Бузмаков

Россия, Новосибирск

E-mail: i.buzmakov@bk.ru

КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА И ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Везде, где это не оговорено особо, применяются следующие обозначения: c – скорость света в СТО; γ – Лоренц-фактор в СТО.

Инвариантность уравнений электродинамики

Общепринято полагать, что СТО (специальная теория относительности) устраняет проблему не инвариантности уравнений электродинамики Максвелла относительно преобразований Галилея. Вот, например, цитата из книги Р. Фейнмана [1 с.7]: «Однако уравнения Максвелла, по-видимому, не подчиняются принципу относительности: если преобразовать их подстановкой (15.2), то их вид не останется прежним» (подстановка (15.2) это преобразования координат Галилея).

Инвариантность своих уравнений относительно преобразований Галилея анализировал уже сам Максвелл в «Трактате об электричестве и магнетизме». Этот параграф так и называется «Об изменении уравнений электродвижущей интенсивности в случае, когда оси, к которым они относятся, движутся в пространстве» [2 с. 467]. Вывод, который делает Максвелл, говорит сам за себя [2 с. 469]: «Отсюда вытекает, что электродвижущая интенсивность выражается формулой того же самого типа, будут ли движения проводников отнесены к неподвижным осям или к осям, движущимся в пространстве».

Не претендуя на полноту исследования, покажем далее, что уравнения Максвелла для пустого пространства без зарядов и токов инвариантны относительно преобразований Галилея. Итак, вот эти уравнения (в СГС):

$$1)\ \operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad 3)\ \operatorname{rot}\boldsymbol{H} = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$2)\ \operatorname{div}\boldsymbol{B} = 0 \qquad 4)\ \operatorname{div}\boldsymbol{D} = 0 \qquad (1)$$

Здесь и далее все векторные величины выделены жирным шрифтом. Расписывая покоординатно, производя замену переменных в соответствии с преобразованиями Галилея:

$$x' = x - V_x \cdot t$$

$$y' = y - V_y \cdot t$$

$$z' = z - V_z \cdot t$$

$$t' = t \qquad (2)$$

и решая совместно первых два уравнения из (1), а также учитывая, что производная по времени при замене переменных преобразуется для каждой координаты вектора как производная сложной функции и принимая во внимание, что согласно (2):

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = -V_x; \qquad \frac{\partial y'}{\partial t} = -V_y; \qquad \frac{\partial z'}{\partial t} = -V_z; \qquad \frac{\partial t'}{\partial t} = 1$$

получим следующие выражения в новой, штрихованной системе отсчета:

$$1)\ \operatorname{rot}\left(\boldsymbol{E} + \frac{[\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B}]}{c}\right) = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t'} \qquad 2)\ \operatorname{div}\boldsymbol{B} = 0 \qquad (3)$$

Сравнивая (1) и (3), находим:

$$1)\ \boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E} + [\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B}]/c \qquad 2)\ \boldsymbol{B}' = \boldsymbol{B} \qquad (4)$$

Преобразования (4) оставляют в штрихованной системе отсчета форму первых двух уравнений Максвелла неизменной. Применяя те же действия к третьему и четвертому уравнениям из (1), найдем:

$$1)\ \boldsymbol{H}' = \boldsymbol{H} + [\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{D}]/c \qquad 2)\ \boldsymbol{D}' = \boldsymbol{D} \qquad (5)$$

Помимо того, что соотношения (4) и (5) сохраняют форму уравнений Максвелла относительно преобразований Галилея [3 с.7], они обеспечивают также инвариантность силы Лоренца:

$$F = q\left(E + [U \times B]/c\right) \tag{6}$$

что нетрудно проверить подстановкой (2) и (4) в (6).

Форма материальных уравнений, связывающих напряженности и индукции полей, также остается неизменной. Причем в движущейся системе отсчета (как и при наличии среды в неподвижной системе) прямая пропорциональность индукций напряженностям исчезает, что связано с конечностью скорости распространения взаимодействий и их зависимостью от характера движения источников полей.

Излучение ультрарелятивистского электрона

Изложенное выше дает основание полагать, что скорость света не является независящей от системы отсчета константой, а также что в природе нет ограничений на скорость движения материальных тел и справедливо Галилеево правило сложения скоростей. Наиболее показательными в этом смысле могли бы быть астрофизические явления, но имеющиеся наблюдательные факты не позволяют с уверенностью сказать, какая из теорий (теория относительности или классическая механика) более точно описывает физическую реальность [4]. Поэтому, чтобы подчеркнуть сомнительность утверждения о том, что классическая механика является предельным случаем СТО для малых скоростей, рассмотрим в качестве примера синхротронное излучение ультрарелятивистского электрона.

Известно [5 с.27-28; 6 с.264], что синхротронное излучение направлено вдоль скорости электрона и сосредоточено в конусе с полным раствором, равным:

$$\Delta\varphi \approx 2/\gamma$$

Причем для современных синхротронов $\gamma >> 1$. Объяснение этого феномена с точки зрения СТО – релятивистский поперечный эффект Доплера в совокупности с релятивистской аберрацией.

В рамках классической механики электрон движется по кольцу синхротрона с гиромагнитной частотой Ω, т.е. с частотой вращения электрона в магнитном поле, получающейся из условия равенства силы Лоренца $F_L = e \cdot V_G \cdot B/c$ и центростремительной силы $F_C = V_G \cdot \Omega \cdot m_0$ при его движении по окружности:

$$\Omega = \frac{e \cdot B}{m_0 \cdot c} = c \cdot \gamma \cdot \frac{e \cdot B}{E} = \gamma \cdot \omega_0 \tag{7}$$

где:

$\omega_0 = e \cdot B \cdot c/E \approx c/R$ – циклотронная частота вращения электрона; в ультрарелятивистском случае она равна отношению скорости света к радиусу орбиты электрона и не зависит от его энергии;

e, E, m_0 – заряд, энергия, масса покоя электрона;

B – индукция магнитного поля;

$V_G = \Omega \cdot R \approx \gamma \cdot c$ – линейная Галилеева скорость электрона.

Таким образом, электрон движется по кольцу синхротрона с линейной скоростью V_G (которая в γ раз больше скорости света). Пусть, для простоты, электрон излучает во все стороны равномерно. Скорость излучаемых им электромагнитных волн складывается по обычному Галилеевскому правилу с его собственной скоростью, поэтому для наблюдателя суммарное излучение как раз и будет сосредоточено в конусе с полным раствором $\Delta\varphi \approx 2/\gamma$ (рис. 2).

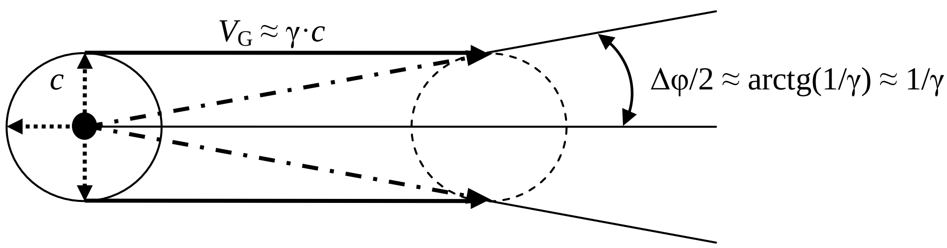

Рис. 2. Распределение излучения движущегося электрона

На рис. 2 пунктирными стрелками условно показаны векторы излучения электромагнитных волн электроном относительно него самого со скоростью c. Сплошными стрелками показаны векторы скорости движения электрона относительно наблюдателя V_G. Штрихпунктирными стрелками показаны суммарные векторы скорости излучения относительно наблюдателя. Очевидно, что любой вектор суммарной скорости начинается в точке нахождения электрона и оканчивается на показанной пунктиром окружности.

Таким образом, «направленность» синхротронного излучения является прямым следствием Галилеевского сложения скоростей.

Рассмотрим далее еще одну особенность синхротронного излучения. Известно, что синхротронное излучение имеет максимум на очень высоких гармониках циклотронной частоты [5 с.6; 6 с.265]:

$$\omega \approx \omega_0 \left(\frac{E}{m_0 \cdot c^2} \right)^3 = \omega_0 \cdot \gamma^3 \tag{8}$$

где обозначения те же, что и в (7).

Возникает вопрос, почему излучение максимально не на циклотронной частоте, а примерно на в γ^3 раз большей? Приведем несколько качественных физических объяснений этого феномена в рамках СТО.

а) У Фейнмана [7 с.140] написано, что эффект вызван появлением «фактора сокращения», который связан с уменьшением масштаба времени. Но ведь время в системе отсчета, связанной с электроном, замедляется, т.е. наблюдаемая частота излучения должна уменьшиться, а не увеличиться.

б) Аналогично в [5 с.32] написано, что длительность τ' импульса излучения в системе электрона связана с длительностью Δt того же импульса в системе отсчета наблюдателя соотношением $\Delta t = \tau'/\gamma^2$. Это соотношение означает, что импульс по часам наблюдателя более короткий, хотя согласно СТО должно быть наоборот (у наблюдателя часы идут быстрее).

в) Несколько иное объяснение дается в [8 с.28], цитата: «В лабораторной системе вследствие эффекта Доплера (частица движется на наблюдателя) принимается частота в γ^2 раз больше». Однако в соответствии с формулой релятивистского эффекта Доплера при движении электрона навстречу наблюдателю, принимаемая частота должна быть следующей:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-V^2/c^2}}{1-V/c} = \nu_0 \frac{1+V/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \approx \nu_0 \cdot 2 \cdot \gamma$$

Это означает, что частота увеличивается не в γ^2 раз, а в $2\cdot\gamma$ раз. Таким образом, все приведенные выше качественные физические объяснения соотношения (8) нельзя считать приемлемыми.

В рамках классической механики электрон движется по кольцу синхротрона с частотой $\Omega = \gamma\cdot\omega_0$. Принимая во внимание (как и в [5 с.32; 8 с.27]), что вследствие «прожекторного» эффекта электрон излучает в сторону наблюдателя только с короткого участка своей траектории, т.е. что интервал τ излучения электрона пропорционален отрезку дуги $\Delta\varphi = 2/\gamma$, получаем:

$$\tau = T/(\gamma \cdot \pi) = 2/(\gamma \cdot \Omega) \qquad (9)$$

где: T – период обращения электрона по окружности синхротрона.

Для ультрарелятивистского электрона $\gamma >> 1$, поэтому $\tau << T$. Это означает, что амплитуды гармоник такого импульса постоянны (как спектр дельта-импульса), т.е. практически не зависят от номеров гармоник [9 с.65-66], а т.к. энергия излучения зависит не только от амплитуды, но и от частоты, то мощность излучения будет расти по мере роста номера гармоники. Однако для такого импульса интервал спектра, содержащий подавляющую часть энергии импульса, не простирается до бесконечности, а ограничен соотношением [9 с.77]:

$$f_c \approx \mu/\tau \qquad (10)$$

где:

μ – число, зависящее от формы импульса;

f_c – граничная частота (в Герцах).

Таким образом, мощность излучения будет расти по мере увеличения частоты гармоники примерно до величины $\omega'_c = 2\cdot\pi\cdot f_c$, т.е. максимум излучения должен быть на частоте близкой к ω'_c. Эта частота, в соответствии с соотношениями (9) и (10), равна:

$$\omega'_c \approx 2\cdot\pi\cdot\mu/\tau \approx \pi\cdot\mu\cdot\gamma\cdot\Omega \approx \gamma\cdot\Omega$$

Учтем далее, что источник излучения (электрон) движется в сторону наблюдателя со скоростью $V_G = \gamma\cdot c$. При этом возникает (нерелятивистский) эффект Доплера ($\omega/\omega' = 1 + V_G/c = 1 + \gamma \approx \gamma$), следовательно получаем увеличение наблюдаемых частот еще в γ раз. Частота, на которой наблюдается максимум излучения, увеличивается соответственно, тоже в γ раз. Действительно, максимум излучения находится на верхней границе амплитудного спектра, которая так же, как и все частоты спектра, увеличивается в γ раз. Таким образом, для наблюдателя максимум излучения приходится на частоту:

$$\omega_c \approx \omega'_c\cdot\gamma \approx \omega_0\cdot\gamma^3$$

что соответствует уравнению (8).

Получаем, что классическая механика вполне точно описывает спектральные и пространственные особенности синхротронного излучения ультрарелятивистского электрона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. В 9 т. Т.II. Пространство, время, движение. – М.: МИР, 1965. – 166 с.
2. Максвелл Д.К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, перевод З.А. Цейтлина под ред. П.С. Кудрявцева. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. – 687 с.
3. Миллер М.А., Сорокин Ю.М., Степанов Н.С. Ковариантность уравнений Максвелла и сопоставление электродинамических систем // УФН. 1977. Т. 121, вып. 3. С. 525-538 (http://ufn.ru/ru/articles/1977/3/e/)
4. Колесников, А.И., Лютый, В.М., Талызин, И.В. Наблюдательные факты и их интерпретация в астрофизике. Вестник Тверского государственного университета. Серия «Физика». 2005. №9(15), вып. 2. С. 124-131. ISSN 1995-0128 (http://eprints.tversu.ru/1244/)
5. Тернов И.М., Михайлин В.В. Синхротронное излучение. Теория и эксперимент. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 296 с.
6. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т.II. Теория поля. – 7-е изд., испр. – М.: НАУКА, 1988. – 512 с. – ISBN 5-02-014420-7
7. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. В 9 т. Т.III. Излучение, волны, кванты. – М.: МИР, 1965. – 235 с.
8. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов. – М.: Атомиздат, 1973. – 376 с.
9. Харкевич А.А. Спектры и анализ. – 5-е изд. – М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2009. – 240 с. – ISBN 978-5-397-00256-1